旋转热对流结构的实验研究

傅豪，浦云娇，冯志明，刘明睿
（南京大学大气科学学院2011级，南京 210046）

指导教师：王元，潘永华，高惠滨，龚国斌
（南京大学大气科学学院，教授，南京 210046）
（南京大学物理学院，副教授，南京 210046）
（南京大学物理学院，副教授，南京 210046）
（南京大学物理学院，高工，南京 210046）

摘要： 旋转流体中的热对流具有显著的涡旋特征，是地球物理流体和太阳内部流体运动的基本概念模型，揭示这种对流的爆发机制和涡旋结构对天气预报和太阳活动预报有重要意义。前人对这一基础问题的研究集中于用物理实验对宏观流场做统计研究，以及运用湍流直接数值模拟方法研究流场精细结构。然而，尚未有人做实验从热力角度研究过对流爆发过程，也没有人用物理实验对涡旋结构做过精细测量。本文利用自主设计搭建的实验装置，对旋转平台上热对流的爆发和演变过程做了详细研究。文中利用温度廓线测量揭示了对流爆发时的环状结构产生于温度边界层内，并提出了一种基于正压浅水模式的物理模型解释这一现象。使用自主开发的粒子速度测量技术研究了涡核区速度结构，提出了一种涡核区的流场模型。

关键词： 旋转热对流；物理实验；粒子图像测速；涡结构；流场推断；数值模拟

§1. 引言

§1.1 旋转热对流的基本特性

旋转流体中的湍流热对流是地球物理流体乃至恒星大气中重要的流体运动形式，它的发生发展决定着内能向动能的转化率和传热能力，并协调着流场和温度场。所谓“旋转流体”，可理解为约束流体的各种热力动力边界条件都在同步旋转，以致问题可以转化为流体在科氏力和离心力场中的运动。我们研究的问题中重力远大于科氏力，因此只讨论科氏力的作用。从动量的观点来看，科氏力不做功而只使运动物体偏转；从涡度和散度的观点来看，旋转流体的牵连涡度将二者联系起来，正涡度区必有水平辐合，负涡度区必有水平辐散，任何非地转运动都要有向地转运动适应的趋势。当运动是由热力驱动的自由对流时，热泡则会扭曲成螺旋状。

对太阳而言，其内部不断产生的热量造就了一个占据太阳外层厚达半径 25%深度的对流区，这种深对流必须要考虑可压缩性和太阳球面特性；对于像木星、土星这样的大行星，它们旋转更快而内热产生率远低于太阳，具有像地球上西风急流一样的 Zonal Jet；海洋中的对流可由冷源驱动，而有限的海深导致它较前两者而言都浅得多，对流由大气状况导致的海表面冷却的时空非均匀特性驱动。这三种现象的各自决定因素还包括太阳流体所受的电磁力、海水中的盐度等。结合[1]，我们将其共性归纳为一组外参数和一组内参数：

控制这种热对流的外参数有：流体上下表面的温差、流体厚度H，地转角速度Ω，重力加速度g；内参数有流体运动学粘性系数ν，热扩散系数K，热膨胀系数α。在有侧边

界时，还要考虑宽高比$\Gamma=D/H$，D为容器水平宽度。

我们将其组合为 4 个控制参数：

$$Ra=\alpha g\Delta T H^3/\nu \quad ,\ \Pr=\nu/\kappa\ ,\ Ta=4\Omega^2H^4/\nu^2,\Gamma=D/H$$

Ra（瑞利数）是无量纲化温差，刻画热流驱动湍流流动的强度；$\Pr$（普朗特数）是流体本身的属性，反映了动量扩散和热扩散的相对大小；Ta（泰勒数）即“旋转雷诺数”，表征偏向力和粘性力的强弱。

系统的 2 个响应参数为纳赛尔数$Nu=JH/\chi\Delta T$和雷诺数$\mathrm{Re}=uH/\nu$。前者是对流传热与热传导功率之比，表征对流传热的效率，后者表征湍流强度。

根据对流系统是否处于吸热状态，我们将其分为“加热占优”、“冷却占优”和“平衡”，即输入热量是否大于输出热量，或温度是否在持续升高或降低或稳定。

§1.2 旋转热对流的演化

我们只讨论与本实验条件相近的前人研究成果，即讨论限定在满足 Boussinesq 近似下的不可压流体，且参考系的旋转方向为逆时针。

§1.2.1 热对流的产生

随着温差（即Ra）增大，流体经历着从静止到有序对流，再到较无序的湍流的转变。根据线性理论计算，在侧边界为无穷大时，无滑脱上下边界(no slip)的临界瑞利数Ra为 4050，而对无摩擦边界（stress free）条件则为 5074。在一个底部加热上部直接向空气散热的实验中，首先用阴影法在液面上观察到了环状交替的冷区和暖区，并在科氏力作用下伴有水平运动，随后在冷流体聚集的环上近乎同时而等距地出现了小涡，它们螺旋着下沉。该文献只对以上现象给出了定性物理解释，并未提及环结构的产生原因，而且它使用的阴影和铝粉两种示踪方法只能表现涡的位置而无法确定涡的旋转方向、强度和水平尺度，更无法判断涡核以外区域的运动情况。Julien K [1]提出了一种对流生成模型，它将旋转流体中 Ekman 层的概念推广到考虑浮力的情形，考虑边界内温度线性增加层外温度均匀，且边界会使临界瑞利数大大增加，并分别在无滑脱($Ra=1.1\times10^8$)和无粘($Ra=1.8\times10^8$)下计算发现流体向中心抽吸辐合上升并从中心下沉（不过这与本实验结果不符）。

§1.2.2 有序热对流的结构

[2]应用小扰动理论，在温度线性垂直递减及水平无限大的前提下给出了热对流结构的一种试探解，在无旋转情形下六角形的贝纳对流胞破碎成一个个细长的螺旋形涡，上升流呈低层逆时针、高层顺时针，下沉流尺度小于上升流且呈低层顺时针、高层逆时针形态，两者的螺旋度皆为正。在文献[1][3]中都报告有正螺旋度的涡，但没有见到这种涡群规则的六角形组织方式。Stevens [4]的数值模拟中设定热源与冷源恒温，观察到上升流与下沉流的涡强度、水平尺度相当，我们的“加热占优”实验结果表明上升涡边界远较下沉涡规则。又考虑到[2]的结果是在小扰动理论下得出的因而不适用于旺盛发展的对流，局限性较大，但其清晰的物理图像给我们提供了一种概念模型，如图 1.1。

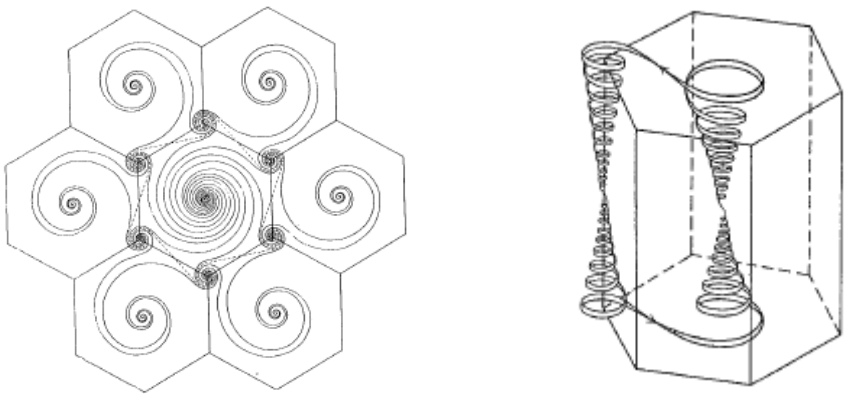


图 1.1：Chandrasekhar 的理想涡旋模型

Vorobieff [3]在实验中研究单个涡的流场时，发现由涡内出发和涡外出发的流线都会在一定半径处汇聚为首尾相接的圆，因而猜测这是一种有着双胞结构的 Sullivan 涡（与[2]的理论不同），给出了下沉在某一半径处集中发生的论断。然而，他没有进一步拟合出 Sullivan 涡的参数，且由于只测量了一个水平面的速度场而无法给出涡旋的三维流场结构。

总之，目前尚未有人从实验中给出涡的定量模型，而这种涡的有序热对流的上升区与下沉区究竟是如何组织的、从流场上看是否有潜在的不稳定因素也都无人研究。

§1.2.3 演变为湍流

Küppers 和 Lortz [5]从波动解波矢的稳定性角度分析了旋转速度对流体动力稳定性的影响，发现当 Ta 数小于 2285 时，即使瑞利数 Ra 超过临界值时仍可能保持有序对流结构，在 Ta 大于 2285 时则不允许有超过临界瑞利数的稳定状态存在，被称为 K-L 不稳定。Julien [1]在数值模拟中指出，涡旋的缠卷是这种不稳定的具体体现方式，Boubnov [6]也观察到涡的缠卷导致流场混乱。然而，涡旋是如何缠卷的，缠卷导致不稳定的机制是什么，都尚未有人研究。

§1.3 科学问题与创新点

总体而言，前人对旋转热对流的实验研究多集中在改变外强迫下做统计研究，这是因为专业的粒子速度测量系统十分昂贵，且即便拥有这一设备也无法同时测量多个剖面，以致无法在速度结构方面深入下去。

本文将染料平流输送和粒子速度测量两种示踪方法结合起来，尝试用染料显示对流爆发过程中的精细结构，并用两个光通道的粒子速度测量技术做出定量的涡核区三维结构模型，最后将观测结果汇入数值模式推断涡核以外区域的流场，以搞清流场的整体结构。本文只对一种平台旋转速度和加热强度（$Ra = 2.79\times10^7, \Pr = 7.11, Ta = 1.08\times10^7$），在直径 14cm 的圆柱形容器中直径 5.3cm 的加热区域内注入 3cm 高的水进行了实验，液面上部直接与空气接触。选择这组参数主要是为了操作方便，且宽高比足以保证离心力造成的液面弯曲可以忽略。

在技术方面，本研究的创新之处在于完全自主设计了旋转实验台，并完全自主开发了与普通单反相机配套的在 MATLAB 上运行的低成本粒子速度反演算法，在国内尚未查到任何科研单位有类似仪器。

§2. 实验装置与数据来源

§2.1 实验装置

我们的实验是在自主设计建造的旋转平台上完成。装置总体概况见下图 2.1

图 2.1：实验平台全景

本装置主体结构由八大系统组成，分别为转盘主体、旋转供电系统、动力系统、实时监控系统、照明系统、拍摄系统、遥控热力系统、测温系统。其中转盘主体（见图 2.2）为双层结构，由外侧的有机玻璃壁和内侧的空心有机玻璃柱组成，两者均无底面。以圆柱区作为实验区，圆柱与正方形四壁之间部分在实验时为满水状态，以消除圆面对于光线的偏折作用。转盘底选用 20*20cm 的铝板以保证其强度。铝板与有机玻璃粘连保证密闭性，在铝板处于有机玻璃圆柱内的区域表面粘贴有外直径 14cm，内直径 5.3cm 的橡胶环垫用以绝热和遮挡非观测部分，保证处于最中心的圆内的主实验区不受任何影响。在有机玻璃壁的左右两侧有黑色挡光帘，以减弱激光散射的影响。

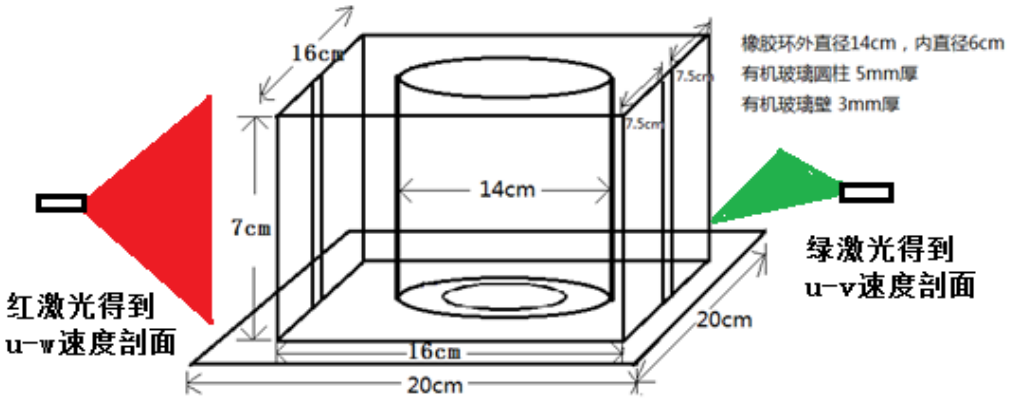


图 2.2：实验水槽

在转盘的底部有一黑箱，黑箱核心部件为 220V，200W 白炽灯泡。通过将灯泡与转盘铝制底部隔开，来使白炽灯泡的主要加热作用变为辐射传热，进而加热实验区。此种方法更接近于地球对大气的实际加热状况。此系统为了保证对旋转平台进行稳定连续的拍摄的需要，通过导电环可以使电流从地面固定插座进入转盘而电线不发生缠卷。本装置的动力由电机来提供，通过数显控制器可以实现对转盘转速的精确控制。测温系统是由测温表组成的测温器阵列，探头采用测温精度 0.1K，直径 3mm 左右的铂电阻探头，将探头按照固定间隔固

定在转盘有机玻璃柱中部，可以精确的得到固定处各点的温度情况。

/其余部分系统将在下文实验流程中涉及介绍。

§2.2 实验方案

我们的实验主要可以分成两大部分，其一是对于涡结构的定性探测分析，其二是对于实验区内流点速度场、涡度场、温度场的定量探测。我们希望藉此建立起旋转热对流结构模型并对其生成发展规律进行探索。

§2.2.1 墨水实验

墨迹实验所使用的示踪物是特黑型直接染料。将染料溶解后用胶头滴管缓慢注入水深 3cm 的实验容器中，当墨水铺满整个主实验区时停止加入。实验时，将置于装置上部的 LED 灯打开，集中照亮主实验区部分，再由两台单反相机分别从实验区的侧面和上面录像，获得水平和垂直两个方向的影像。转盘开始缓慢加速旋转，以减少对墨水的扰动，而后转速稳定在 180 转/秒。当旋转流体达到刚性稳定后，即流体与容器无相对运动，通过遥控器打开黑箱内白炽灯开始加热，加热功率为 200w。在实验进行的同时，通过监控摄像头的实时画面传输，记录测温器阵列的温度。当实验区内小涡基本扩散成混沌状，则停止实验。

§2.2.2 粒子图像测速 PIV 实验

PIV（particle image velocimetry，粒子图像测速）实验所用的示踪物为 72 μm 玻璃微珠，密度为$1.05 g \cdot cm^{-3}$。本实验照明系统由转盘两侧各一台红绿激光器构成，而非 LED 灯，故需在暗光条件下实验。其中绿色激光器发射水平方向的片光，红色激光器发射垂直方向的片光。两台相机镜头分别安上红光和绿光滤光片，在录像时分别获得两个光通道图像，同时分别记录水平面和剖面信息。加入玻璃微珠后，其余实验操作与墨水实验中相同。此次 PIV 实验在红激光器位置不变情况下，改变绿激光高度为 0.5、1.5、2.5 厘米分别做多组实验，以研究涡旋在不同高度水平面的运动情况。录入结束后，将视频用完全自主开发的 PIV 系统进行处理，获得相应的速度场、涡度场以及温度廓线，反演流程见图 2.3。

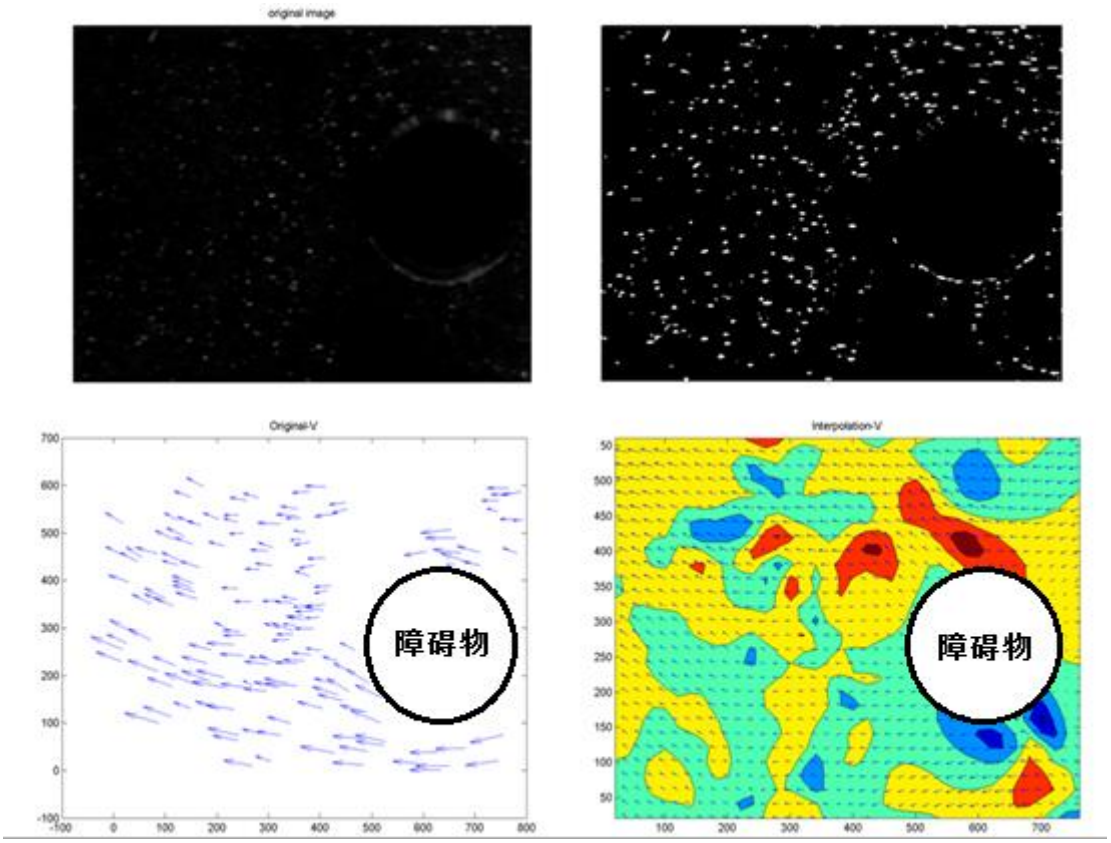


图 2.3：粒子速度反演流程（以绕障碍物流动为例）
（左上为原始黑白图，右上为二值化图像，左下为两帧图像匹配
后速度矢量场，右下为插值速度场与涡度场）

§3. 观察与分析

§3.1 旋转热对流发展过程

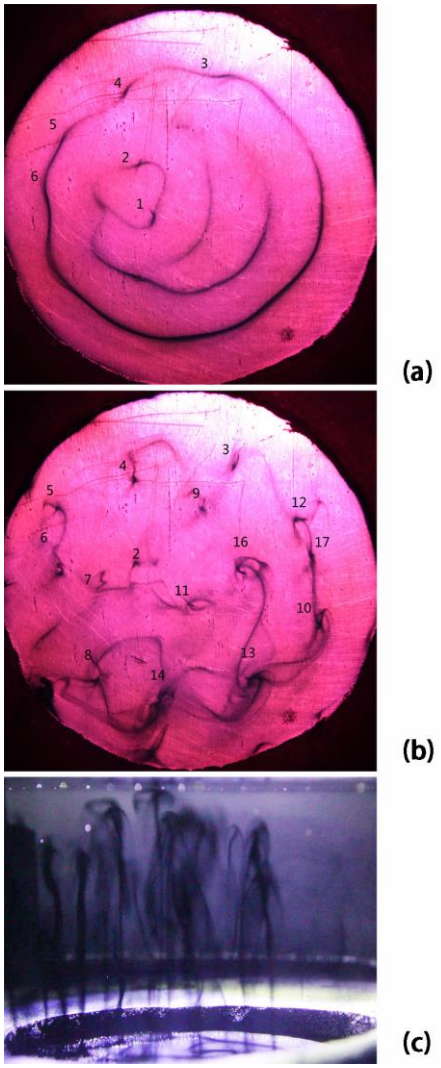


图 3.1：墨水示踪的对流涡旋
（a,b 为俯视，c 为侧视）

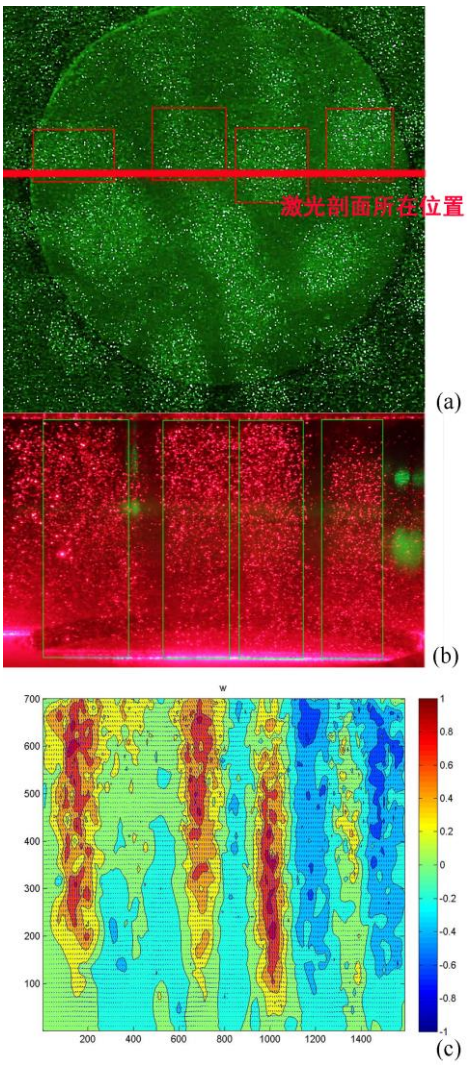


图 3.2：示踪粒子示踪下的对流涡旋三维结构
（a 为俯视，b 为侧视，c 为侧视反演后垂直运动场）

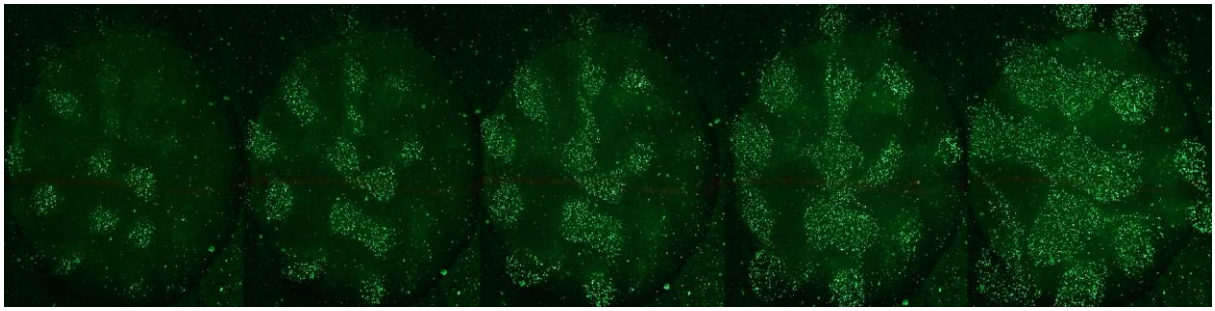


图 3.3：示踪粒子示踪下的对流涡旋发展过程

在实验中，我们观察到了涡旋状对流的产生与发展。我们分别用两种示踪方式追踪了流场，从图 3.1 和 3.2 可以看到在实验旋转开始并稳定加热后约一分钟，圆形实验区产生了涡旋状的对流胞并伴随着上升和下沉运动。图 3.3 展示了高层涡旋产生发展并合的过程。经过多次实验，我们发现旋转热对流发展可以分为以下几个阶段：1. 对流环形成；2. 环扭曲成涡；3. 涡旋上升；4. 涡相互作用与并合。

在我们的实验条件下，涡旋状对流多在加热一分钟左右后开始，实验可重复性很好。以

下我们将对各阶段作进一步分析。

§3.2 对流环

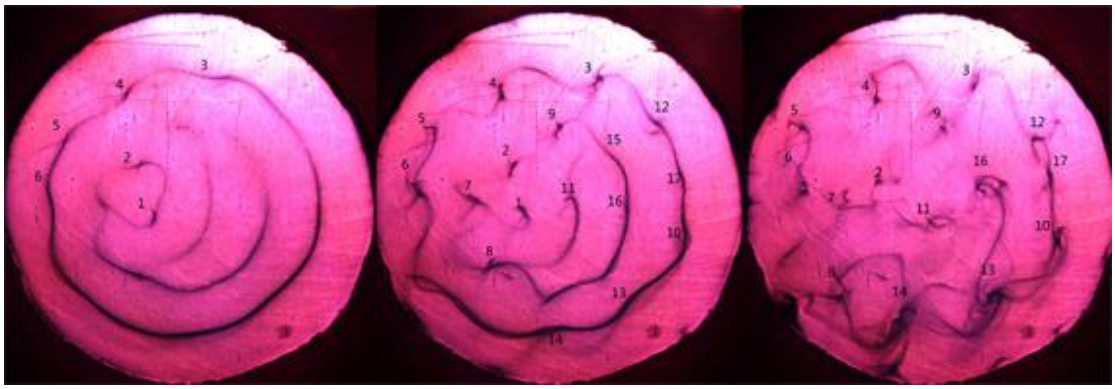


图 3.4：对流环发展过程

经过多次实验，我们发现对流产生存在“环产生”、“环发展与扭曲”、“对流爆发”3 个阶段。以下将对此详细讨论。

§3.2.1 环产生

以加热开始为基准，由图 3.6，从 33 秒开始，靠近加热区边缘处有了墨水阴影出现的迹象，随后阴影开始连续延伸至整个圆，46 秒时基本闭合，同时内圈距离外环约 0.72 厘米出现了第二圈阴影，从右下向左上发展，直径 3.9 厘米(工作区边界直径 5.3 厘米)，相邻两环间距约 0.8cm。从侧视图 3.5 中看，阴影区厚度远小于背景中的 3mm 橡胶板。我们认为阴影产生于染料的辐合，结合连续方程知，此时阴影处可能为辐合上升区，各圈阴影之间可能为辐散下沉区。由于底部的总墨量很少，环应该聚集了底部几乎全部的墨，又考虑到环很薄（如图 3.5），可知底部的水平运动可能远强于垂直运动。

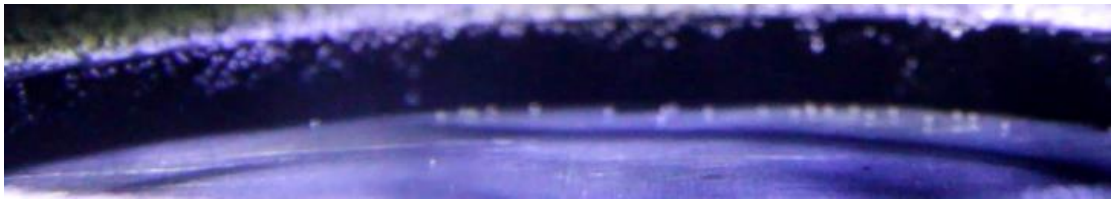


图 3.5：侧视工作区底部(深色粗环为边界橡胶，其下铝板上有墨迹)

图 3.6：从左至右分别为 33s,46s,62s 时的俯视图

§3.2.1 环发展与扭曲

由图 3.6，从 62 秒开始，外圈阴影发生了波状扭曲，在曲线曲率发生正负转换处出现了涡旋，这从图 3.6 最右图可以看出。我们统计了实验中外圈阴影上涡的分布。从图 3.7 中可以看到涡几乎均匀地排列于外环，涡与涡间距和环与环间距基本一致，这也预示着整个工作区中，不同环上的涡与涡的间距也是均匀的。

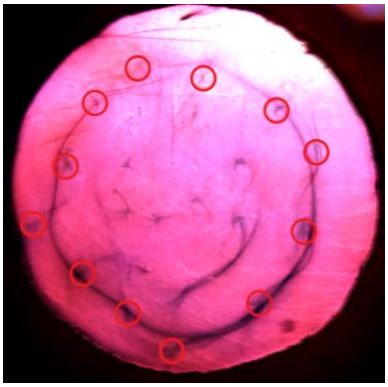


图 3.7：71s 和 56s 时的图像叠加
（红色圆圈代表涡产生位置）

§3.2.3 对流爆发

从图 3.8 右下角局部放大图和侧视图可知，涡旋呈逆时针旋转上升（这与 PIV 实验结果一致），并将周围染料扭曲成了太极图状（可认为染料代表了物质线）。扭曲中的阴影还有“重影”，结合侧视图也能看到。这也许是较大的角加速度引发的抛射，随后气压梯度力与离心力平衡才抑制了后续流体的进一步抛射。

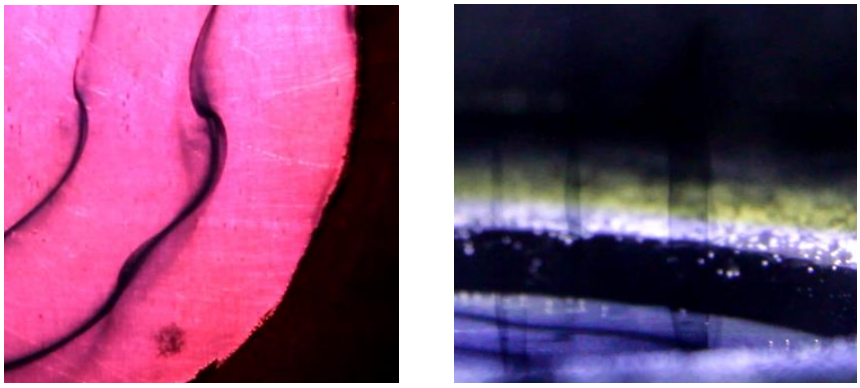


图 3.8：加热后第 66s 俯视及侧视图

在 71s 时，热羽已升至水槽中层（见图 3.9），有两层蘑菇状的顶，其中上方的顶颜色有愈发加深的趋势，可能与高层羽流减速导致墨水辐合叠加有关。

图 3.9：自左至右依次为 71s 俯视，71s 侧视，75s 侧视

§3.2.4 温度场分析

§3.2.4.1 温度边界层假定

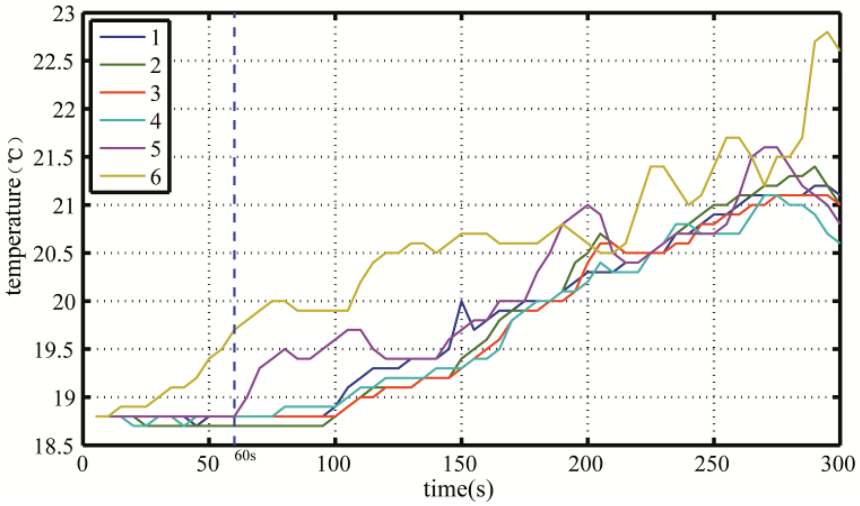


图 3.10： 墨迹实验中不同高度处温度随时间变化

（探头 1-6 自上而下排列，其中 6 代表高度 0，5 代表高度 0.6cm）

在加热开始后不久，我们发现有环的产生迹象，图 3.10 中，从 t=0 开始，白炽灯开始对转盘系统加热。虚线对应的时刻 60s 是我们观察到对流开始爆发的时刻。从上图我们可以看出，在加热开始后，只有转盘底部（黄色线 6 表示）随时间温度在上升，其他高度处的温度基本不随时间变化。而在对流爆发的瞬间，5 处的温度开始随着时间逐渐上升，其他更高处温度仍然先不变而后上升。我们猜想在该试验系统中存在着类似温度边界层的结构，其高度不高于 5mm，为探头 5 处与 6 处的高度差。此时底层流体的主要受向上的浮力和扰动气压梯度力，如果有水平运动扰动还会受科氏力。

§3.2.4.2 流爆发前后温度廓线

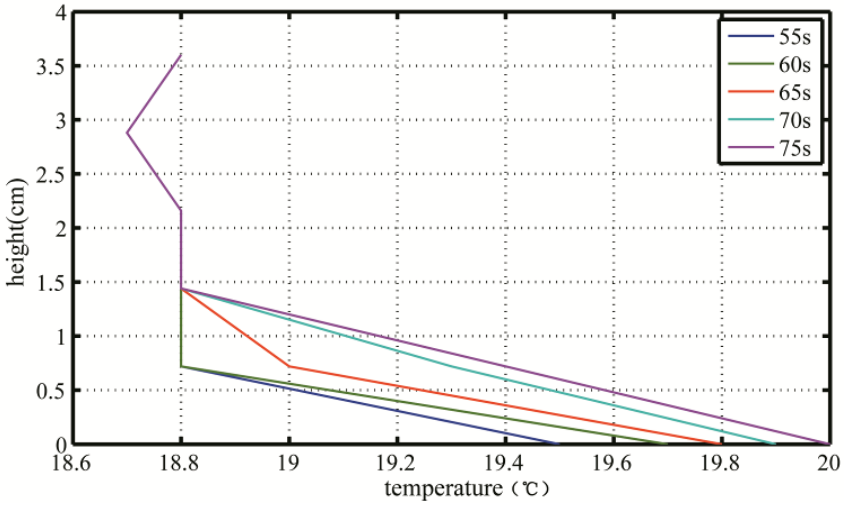


图 3.11： 对流爆发时温度廓线

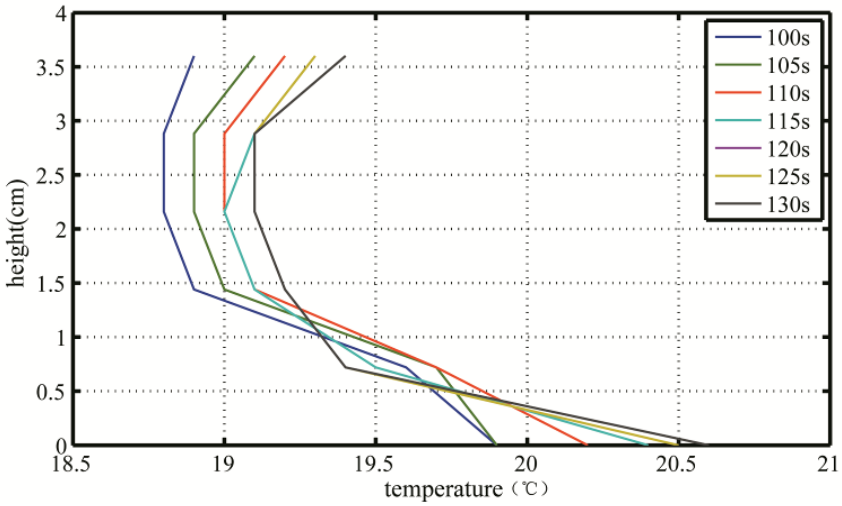


图 3.12 ： 对流爆发后温度廓线

分析对流爆发时温度廓线可知，转盘底部探头 5、6 处温度随时间推移升温显著，而其上部随时间推移温度廓线没有变化，说明此时热量还没传到上部，对流强度和高度有限。而从对流爆发后的温度廓线可以看出，温度廓线随时间推移可以很好地区分开来，说明此时的对流已经影响到上部的液体，将热量传导到上部，使上部增温显著。

§3.2.5 对环结构产生机制的探讨

关于环共有以下证据：

（1）由温度廓线知底层应发生了一定混合，由墨水实验知环处有辐合运动，上文分析其水平运动尺度可能远大于垂直运动尺度。

（2）环以同心的方式排布，相邻辐合带间距约 0.8cm。注意到环与等速度线重合。

（3）只旋转不加热、只加热不旋转都没有环产生，其中只旋转不加热时整层流体因电机原因也有轻微晃动作为扰动，但未能激发不稳定。

（3）Boubnov [6]在实验中观察到了液面处的环结构并在液面上观察到了环破碎为涡，文中还指出只有在表面为自由面且转台的转轴与容器中轴共线时能出现规则的圆环，这说明不稳定是牵连涡度中的牵连切变涡度造成的。但我们未观察到对流前有任何有组织运动，如果 Boubnov 的观测属实，也一定是靠声波等传递的扰动（分子热传导太微弱）。

综上，考虑到边界层内流体可能基本等温故斜压性弱，又由于水平尺度远大于垂直尺度，我们尝试将温度边界层内流场用一个“考虑浮力的正压旋转浅水模型”表述，如图 3.13。

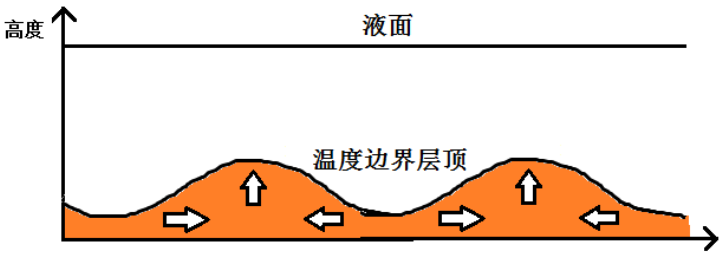


图 3.13：温度边界层（放大）内部运动的概念模型

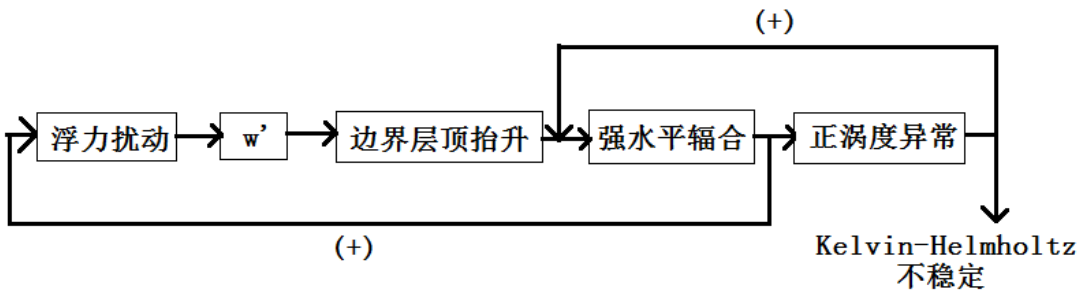


图 3.14：猜测的物理机制

$$\frac{\partial \zeta'}{\partial t'} + f\left(\frac{\partial u'}{\partial x} + \frac{\partial v'}{\partial y}\right) = 0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial h'}{\partial t} + H\left(\frac{\partial u'}{\partial x} + \frac{\partial v'}{\partial y}\right) = 0 \tag{2}$$

从整体来看，整个流场都有大小为Ω的切变涡度，这会造成 Kelvin-Helmholtz 不稳定，我们猜测这种流体对剪切作用的响应应该沿速度方向传播（在切变涡度均匀时）。温度边界层内浮力与扰动气压梯度力的不稳定平衡随时可能产生小尺度的上升扰动 w'，对应边界层顶抬升（$\frac{\partial h'}{\partial t} > 0$），由于边界层高度 H 很小，由(2)知这会激发较强水平辐合，又由扰动涡度方程(1)知辐合导致相对涡度增加。相对涡度增加又反过来增强水平辐合，增强的热泡受到更大浮力会进一步抬高边界层而又更大 w'，形成正反馈。对于辐散区同理则有负涡度扰动，它们最终激发了 Kelvin-Helmholtz 不稳定，使流体“断裂”形成了环状“切变线”，此后更强的辐合足以使热泡冲出边界层。图 3.14 给出了这一推理过程的图解。

这种浮力诱发的水位扰动不同于旋转浅水模式中固有的惯性重力波，因为浮力有对反馈的放大作用，故水位扰动可能是正 e 指数增大形式而非波动形式。

§3.3 垂直对流

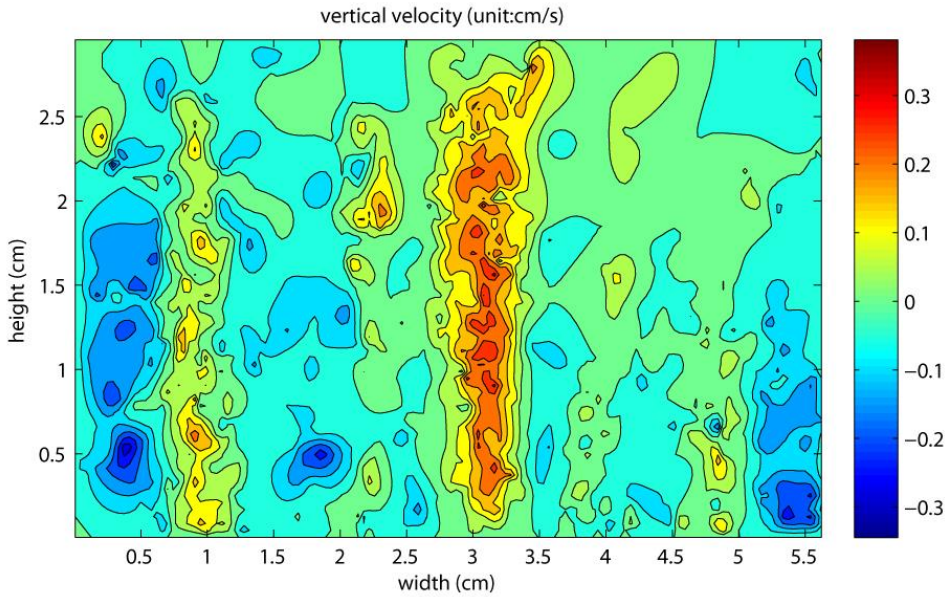


图 3.15：成熟的涡旋对流对应的上升流速度结构反演结果

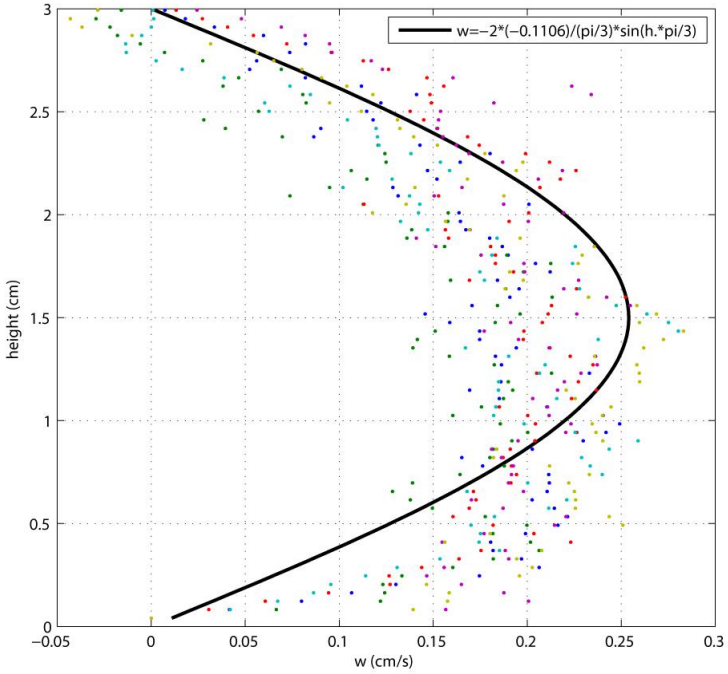


图 3.16：成熟的涡旋对流对应的上升流速度结构拟合效果

我们看到，底层涡环发展后继而为上升运动，即垂直对流。通过粒子示踪及 PIV 技术，我们发现，一股上升流对应一个涡旋柱，这在图 3.2 中可以明显观察到。而从图 3.15 看到，上升流之间的空隙则为补偿下沉流。

为此，我们着重分析了成熟的上升流中的速度结构。该上升柱所在时刻为对流爆发后约 24 秒，此时高层涡旋已经发展起来。可以看到，上升流最大速度在 0.25cm/s 左右，上升过程先经历加速，至一半高度时速度到达极大值，随后减速上升。我们采用台风螺旋斑图模型[7]中的涡旋结构模型中的上升公式拟合：$w=-2(a/n)\sin nz$，其中 $n=\pi/H$，$H=3cm$ 为垂直尺度，得到拟合值 $a=-0.1106$。拟合结果如图 3.16，由于采用了该时刻前后各 3 帧图像，因此拟合了 0.6 秒时长内该上升流的上升情况，存在一定波动。该拟合效果虽然不及普通的多项式拟合，但考虑到其模型明确的物理意义，在此应用之。原因将在后续谈到。

§3.3 涡结构

§3.3.1 不同高度处涡旋群特征

实验中，我们观测了 0.5cm、1.5cm 和 2.5cm 处的涡旋场，分别代表低层、中层和高层情形。我们发现低层均为逆时针涡旋，高层均为顺时针涡旋，而中层从理论上来说，应该出现顺逆涡旋都有或者说涡旋尺度减小的情况，因为它是在涡旋旋转方向转折的高度附近。但遗憾的是，我们看到 1.5cm 处仍然为顺时针，出于观测上的不便，我们没有额外观测其他高度情况，但低层逆时针旋转高层顺时针旋转的特征是确凿的。

§3.3.2 高层单个涡旋特征

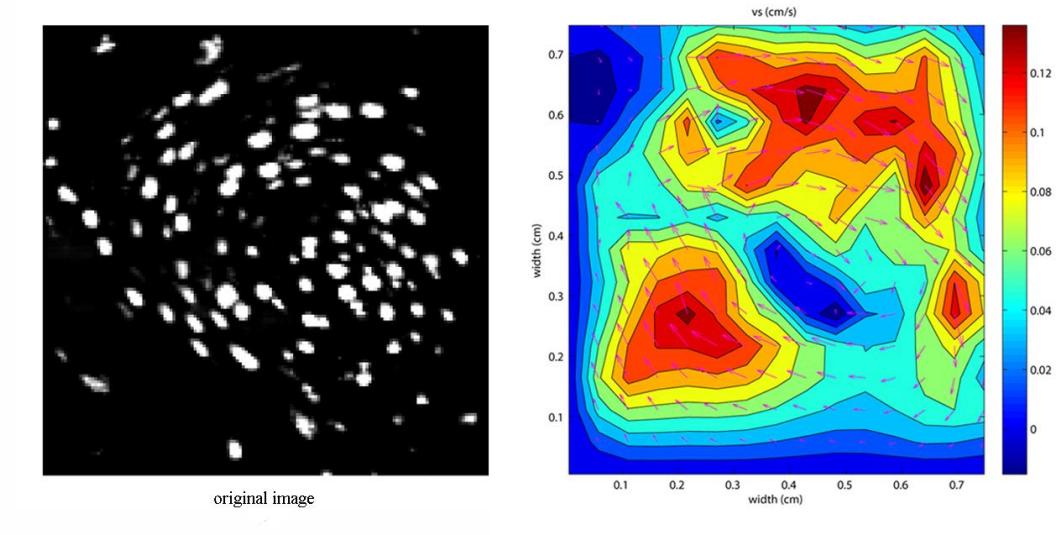


图 3.17 ：左图为 2.5cm 某涡旋 0.3 秒内轨迹，右图为该涡旋水平切向速度分布

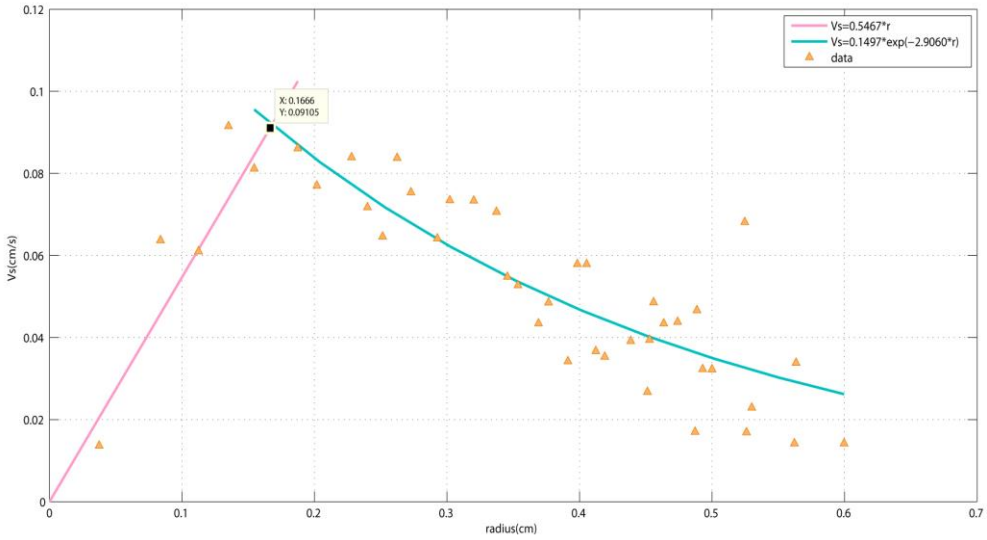


图 3.18 ：涡旋水平切向速度径向分布及拟合结果

我们选取了 2.5cm 高度处，对流爆发后 24 秒的某个成熟涡旋，研究其水平切向速度的径向分布。从影像上看，该涡旋尺度约为直径 0.6cm，顺时针旋转，最大切向速度约为 0.1cm/s。根据离散点的分布情形，我们采用类似兰金涡旋的模型去拟合，得到：

$$Vs = \begin{cases} 0.5467r & , r \le 0.167 \\ 0.1497e^{-2.9060r} & , r > 0.167 \end{cases} \tag{3}$$

式(1)中，Vs 为水平切向速度，单位 cm/s ，r 为涡旋半径，单位 cm 。若用拟合后的速度极大值处代表涡旋边界，那么，在涡旋内部，旋转速度由内而外线性递增，涡旋中心认为是静止。而涡旋外部，旋转速度呈指数次衰减。以下对对流涡旋的界定即为涡旋边界内部涡核部分，不考虑涡旋边界之外的运动。

§3.3.2 对流涡旋概念模型

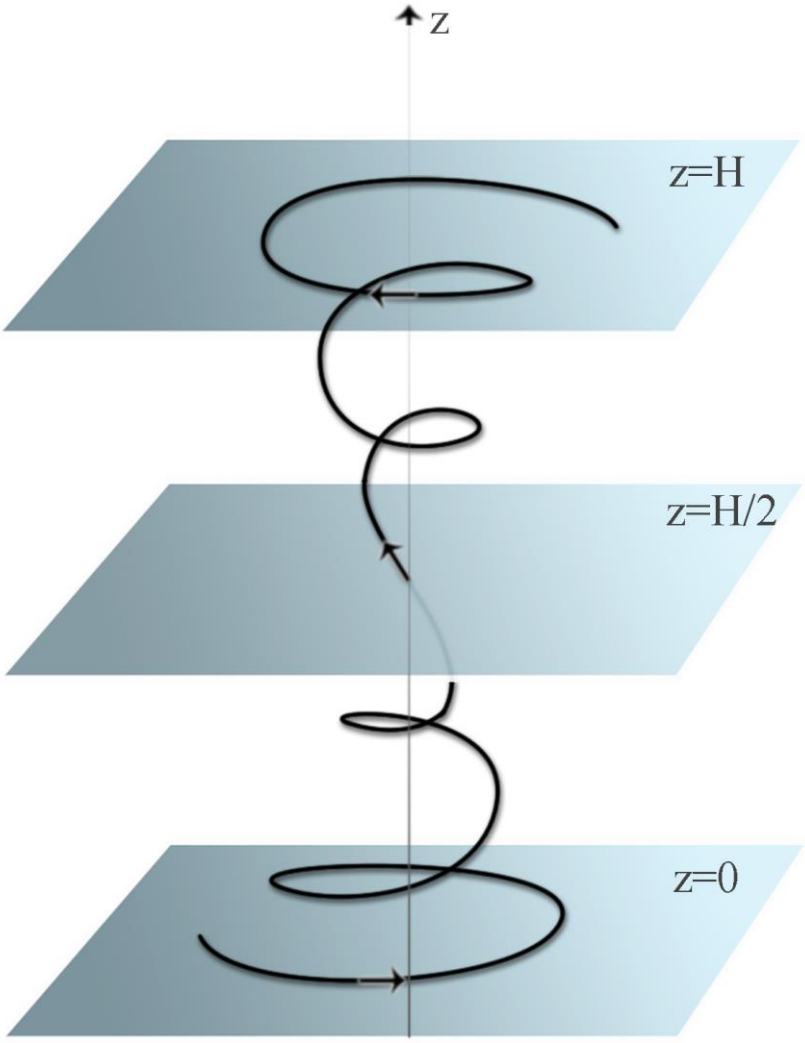


图 3.19 ：涡旋对流的理想螺旋斑图

在涡旋边界之内，我们采用类似台风中螺旋斑图[7]的理想模型来解释涡旋对流单体的结构特征，该模型公式为

$$\begin{cases} u=(ax-by)\cos nz, \\ v=(bx+ay)\cos nz, \quad (n=\pi/H) \\ \quad w=-\dfrac{2a}{n}\sin nz \end{cases} \tag{4}$$

其中 a 和 b 是非零常数。由式（4）求得散度 $D=2a\cos nz$ ，垂直速度切变 $\dfrac{\partial w}{\partial z}=-2a\cos nz=-D$ ，垂直相对涡度 $\zeta=2b\cos nz$ 。根据图 3.17,我们可以清楚看到，在 $z<\dfrac{H}{2}=1.5cm$ 时，$\dfrac{\partial w}{\partial z}>0$ ，即 $D<0$ ，水平辐合；在 $z>\dfrac{H}{2}=1.5cm$ 时，$\dfrac{\partial w}{\partial z}<0$ ，即 $D>0$ ，水平辐散。因此该模型下，涡旋流在低层逆时针辐合，高层顺时针辐散，该特征与实验中涡旋基本一致，而差别主要在实际涡旋存在一个切向风极大区而该模型没有。因此，我们仅将该模型用于涡旋最大切向风半径以内区域的拟合。

此模型中待定参数为 a 和 b ，前者可由水平散度或垂直速度廓线得到，后者由切向风大小确定。对于 a ，求水平散度的标准差太大，故采用上节从垂直速度廓线得到的

$a=-0.1106$。对于 b，从上节切向风模型(3)中得到$b=0.1560$。

§3.3.3 维持涡旋流形的物理机制探讨

我们从垂直方向涡度方程对涡旋系统做了简单的动力学诊断。

$$\frac{\partial\zeta_a}{\partial t}+u\frac{\partial\zeta_a}{\partial x}+v\frac{\partial\zeta_a}{\partial y}+w\frac{\partial\zeta_a}{\partial z}=\underbrace{f\frac{\partial w}{\partial z}+\zeta\frac{\partial w}{\partial z}}_{*}$$

$$+\nu(\frac{\partial^2\zeta}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\zeta}{\partial y^2})+\nu\frac{\partial^2\zeta}{\partial z^2}+(\frac{\partial w}{\partial y}\frac{\partial u}{\partial z}-\frac{\partial w}{\partial x}\frac{\partial v}{\partial z}) \tag{5}$$

式（5）中，ζ_a为绝对涡度，ζ 为相对涡度，f 为牵连涡度(其中，$f=2\omega$，ω 为旋转角速度)，$\vec{V}=\vec{V}(u,v,w)$ 为三维速度矢量，(x,y,z) 为直角坐标系，α 为比容，p 为压强，F_{rx}、F_{ry} 分别为x、y 方向的摩擦力。

现在我们通过估计该流场条件下垂直涡度方程各项量级来确定主要影响因子。考虑到在我们的实验系统内，$\frac{df}{dt}=0$，因而有$\frac{d\zeta_a}{dt}=\frac{d\zeta}{dt}$。

$$\underset{[1]}{\frac{\partial\zeta}{\partial t}}+\underbrace{u\frac{\partial\zeta}{\partial x}+v\frac{\partial\zeta}{\partial y}}_{[2]}+\underset{[3]}{w\frac{\partial\zeta}{\partial z}}=\underset{[4]}{f\frac{\partial w}{\partial z}}+\underset{[5]}{\zeta\frac{\partial w}{\partial z}}$$

$$+\underbrace{\nu(\frac{\partial^2\zeta}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\zeta}{\partial y^2})}_{[6]}+\underset{[7]}{\nu\frac{\partial^2\zeta}{\partial z^2}}+\underbrace{(\frac{\partial w}{\partial y}\frac{\partial u}{\partial z}-\frac{\partial w}{\partial x}\frac{\partial v}{\partial z})}_{[8]} \tag{6}$$

用估计的涡旋平均距离 0.9cm 作为水平尺度L，用流体厚度（涡旋厚度）H 作为垂直尺度H，用涡旋切向速度最大值$V_{\max}$作为水平速度尺度U，用拟合的最大上升速度$W=-2a/n$作为垂直速度尺度W，用拟合的垂直方向最大相对涡度$\zeta_0=2b$作为垂直涡度尺度I，对于常数，取科氏参数特征值$f=F$，运动学粘性系数特征值为自身ν。从而有$(x,y)=L(x',y')$，$z=Hz$，$(u,v)=H(u',v')$，$w=Ww'$，$\zeta_a=I\zeta'$，$v=vv'$，其中，带有“’”号的物理量均为无量纲量。

表 1：各物理量特征值

物理量	L	H	U	W	I	F	ν
特征值	0.008m	0.003m	0.001m/s	0.0021m/s	1.176/s	3.67/s	1.006e-6

假设流场定常，则[1]项舍去，得到无量纲方程：

$$\frac{UI}{L^2}(u'\frac{\partial\zeta'}{\partial x'}+v'\frac{\partial\zeta'}{\partial y'})+\frac{WI}{H}w'\frac{\partial\zeta'}{\partial z'}=F\frac{W}{H}f'\frac{\partial w'}{\partial z'}+I\frac{W}{H}\zeta'\frac{\partial w'}{\partial z'}$$
$$+\nu\frac{I}{L^2}\nu'(\frac{\partial\zeta'}{\partial x^2}+\frac{\partial\zeta'}{\partial y^2})+\nu\frac{I}{H^2}\nu'\frac{\partial\zeta'}{\partial z^2}+\frac{WU}{LH}(\frac{\partial w'}{\partial y'}\frac{\partial u'}{\partial z'}-\frac{\partial w'}{\partial x'}\frac{\partial v'}{\partial z'}) \tag{7}$$

将各项的尺度因子同除垂直涡度平流项的尺度因子，从大到小排序，得到表 2。

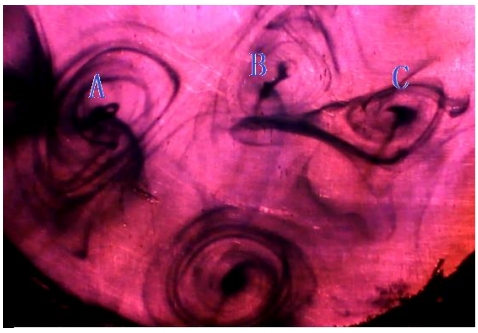
表 2 涡度方程各项相对大小比较

各项	牵连涡度散合项[4]	垂直涡度平流项[2]	相对涡度散合项[5]	垂直涡度对流输送项[3]	水平粘性项[6]	扭曲项[8]	垂直粘性项[7]
相对大小	1.7556	1	0.5633	0.5633	0.1256	0.0599	0.0089

经过以上分析，我们认为控制涡旋的基本物理过程应该是，一旦出现水平辐合（辐散），涡管就会在牵连涡度作用下拉伸（收缩），进而需要水平涡度平流来补充（搬离）该点的涡度。

§4. 整体流场的重建

上一节中我们利用粒子速度测量方法得到了上升区的垂直速度以及某一高度层局部的速度 u 、v 分量，提出了单个涡的局部上升螺旋模型。然而，整体流场包含许多涡，它们进行着复杂的物理量交换。



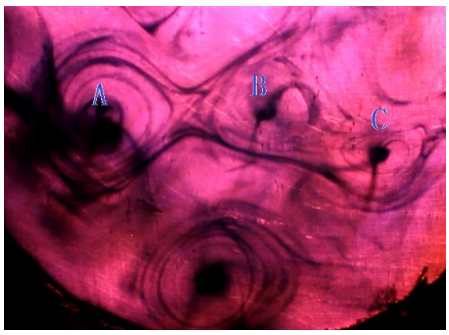


图 4.1：拍摄到的三个涡相互作用。左图中 B 涡将 C 涡物质输送给 A，5 秒后如右图 A、B 中间形成了一个变形场

下面我们用数值模式结合观测资料猜了一个静态的包括两个涡的理想化流场。

§5. 结论

本文对 $Ra=2.79\times10^7,\Pr=7.11,Ta=1.08\times10^7$ 的情形进行了旋转热对流的实验研究，完成了以下几项前人没有做过的工作：

（1）观察到了对流爆发前流体低层的环状结构。利用墨水示踪和温度廓线测量，发

现底部存在一个温度边界层。我们提出了一个考虑浮力的旋转正压浅水物理模型，认为浮力扰动在平台旋转作用下被放大，激发了 Kelvin-Helmholtz 不稳定，导致了环状的“切变线”与辐合带。然而，该模型建立在温度边界层存在的假定上，我们未能观测到边界层内的任何流动。模型认为浮力造成了边界层顶的升降，但并未在浅水模式中加入浮力项。另外，我们并未给出浮力的清晰定义，实际上对浮力的定义国际上仍有争议[13]，值得进一步思考。

（2）通过两个光通道的粒子速度测量技术测量了有序对流阶段一个涡的结构，用台风螺旋斑图的流场模型较好地对速度场做了拟合，测量得到该涡的涡核半径 0.17cm，a=-0.1106，b=0.1560。利用这一结果，我们对垂直涡度方程做了尺度分析，发现垂直涡度水平平流项和辐合辐散项是控制涡旋形态的主要物理因子，低层的逆时针旋转和高层顺时针旋转分别由涡管拉伸和收缩导致。

在今后研究中，我们考虑将这一现象推广到台风形成初期 vortical hot tower 的研究中，因为这种现象的流场形态和本实验中的十分相似。

致谢

本文在实验技术方面得到中科院大气物理研究所冯士德研究员大力帮助，在研究思路方面受到了南京大学大气科学学院孙鉴泞教授、薛明教授的点拨，在装置搭建过程中得到了李源慧、孙世玮同学的帮助，诸葛小勇、武宝强两位学长还为我们热心解答了很多问题。在此，向他（她）们一并表示感谢。

参考文献

[1] Julien K， Legg S， McWilliams J， et al． Rapidly rotating turbulent Rayleigh-Bénard convection[J]． Journal of Fluid Mechanics， 1996， 322: 243-273．

[2] Chandrasekhar S． Hydrodynamic and hydromagnetic stability[M]． Courier Dover Publications， 2013: 110-114．

[3] Vorobieff P， Ecke R E． Turbulent rotating convection：an experimental study[J]． Journal of Fluid Mechanics， 2002， 458： 191-218．

[4] Stevens R J A M， Overkamp J， Lohse D， et al． Effect of aspect ratio on vortex distribution and heat transfer in rotating Rayleigh-Bénard convection[J]． Physical Review E， 2011， 84(5)： 056313．

[5] Küppers G， Lortz D． Transition from laminar convection to thermal turbulence in a rotating fluid layer[J]． Journal of Fluid Mechanics， 1969， 35(03)： 609-620．

[6] Boubnov B M， Golitsyn G S． Experimental study of convective structures in rotating fluids[J]． Journal of Fluid Mechanics， 1986， 167： 503-531．

[7] 刘式适，刘式达，大气动力学，北京：北京大学出版社，2011：607-608．

[8] 王澄海，隆霄，杨毅，大气数值模拟及模拟，北京：气象出版社，2011：192-195．

[9] 余志豪，流体力学（第三版），北京：气象出版社，2004．6：225-226.

[10]陶文铨，数值传热学，西安：西安交通大学出版社，2011：211-213．

[11]葛孝贞，王体健，大气科学中的数值方法，南京：南京大学出版社，2013：294-295．

[12]方健雯，凌国平，用速度－涡量方法解具有表面抽吸的圆柱绕流问题[J]．苏州大学学报(自然科学)，2002，03：8-15．

[13] Charles A. Doswell III, Is Buoyancy a Relative Quantity, Monthly Weather Review, Volume 132, 853-863.

An Experimental Study on the Structure of Turbulent Rotating Convection

Fu Hao, Pu Yun-jiao, Feng Zhi-ming, Liu Ming-rui
(2011', School of Atmospheric Sciences, Nanjing University, Nanjing 210046)
Mentor: Wang Yuan
(School of Atmospheric Sciences, Nanjing University, Nanjing 210046)
Mentor: Pan Yong-hua, Gao Hui-bin, Gong Guo-bin
(School of Physics, Nanjing University, Nanjing 210046)

Abstract: Vortex is a significant feature of turbulent rotating convection, which is also the basic pattern of geophysical fluid and internal solar fluid. Thus, to research the outbreak mechanism and structure of the convection is of great importance to weather forecast and solar activity forecast. People applied experiments to statistics on the macroscopic flow or DNS to analyze the fine structure of the flow in the past, but neither had done experiments to explore the outbreak mechanism in a thermodynamic way nor measured the 3-D structure of a vortice. Instead, we design the special instrument and experiment on the outbreak and development process of the rotating convection in detail, at parameter Ra=2.79*1e7, Pr=7.11, Ta=1.08*1e7 on a bottom-heated water tank. The rotating convection was observed to shares some similarity with weather systems on Earth kinetially and dynamically.

Blue dye was used to visualize the convection outbreak, showing transient ring structure before convection initiation. With heating started, the temperature on the water tank's floor grew linearly for 60s with no significant temperature change on upper layer before visually detectable convection occured. A thin thermal boundary layer was thus supposed to form and give rise to the ring structure.

PIV was used to study 3-D structure of a single vortex, with red laser illuminating vertical plane of fracture and green laser for horizontal plane. The vortex was quite similar to the weather system on Earth and a simple linear typhoon flow pattern model was thus used to depict it. Some characteristic parameters were determined with the model. Putting them into a nondimensionalized vertical vorticity equation (vertical component), we find the stretching of implicated vorticity balanced with vertical convection of vorticity, also similar to some synoptic weather systems.

Key words: turbulent rotating convection; experiment; PIV; vortex structure; flow pattern determination;